

Präzisionsmessungen bei hohen Energien: Herausforderungen und Chancen für die theoretische Teilchenphysik

Thorsten Ohl
— Universität Würzburg —
<ohl@physik.uni-wuerzburg.de>

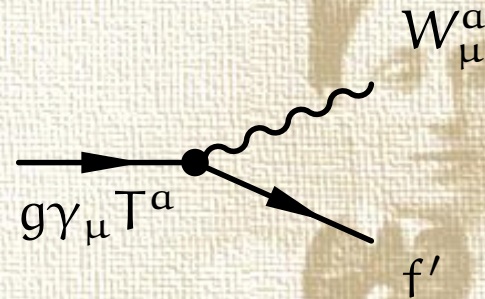
Universität Siegen, Juli 2002

1	Einleitung	2
	○ Orthodoxie ○ Neue Unübersichtlichkeit ○ pQFT ○ Energie und/oder Präzision ○ Anforderungen ○ Automatisierte Rechnungen	
2	O'Mega, VAMP und WHIZARD	10
	○ Feynmangraphen, DAGs und Keystones ○ VAMP	
3	Anwendungen	20
	○ $e^-e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e b \bar{b}$ ○ $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$ und $W^+W^- \rightarrow ZZ$	
4	Symmetrien	28
	○ Ward-Identitäten ○ Slavnov-Taylor-Identitäten	
5	Schleifen	35
	○ „Terra Incognita“	
6	Ausblick	39

1	Einleitung	2
	Orthodoxie	2
	Neue Unübersichtlichkeit	4
	pQFT	5
	Energie und/oder Präzision	6
	Anforderungen	7
	Automatisierte Rechnungen	8
2	O'Mega, VAMP und WHIZARD	10
3	Anwendungen	20
4	Symmetrien	28
5	Schleifen	35
6	Ausblick	39

Physik bei Energieskalen $E \lesssim v = 254 \text{ GeV}$:

- $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ **Eichtheorie**, typisch f



- einziger (bekannter) Weg Wechselwirkungen mit **(Pseudo-)Vektorquantenzahlen konsistent** zu beschreiben

- **spontan** durch Kondensat $\langle \phi \rangle$ zu $SU_C(3) \times U_Q(1)$ (d. h. QCD \times QED)

gebrochen: $W_\mu^a \begin{matrix} \phi \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \begin{matrix} \phi \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} W_\nu^b \implies W_\mu^a \begin{matrix} \phi \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \begin{matrix} \phi \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} W_\nu^b$

$m^{ab} = g^2 \langle \phi \rangle^\dagger T^a T^b \langle \phi \rangle$

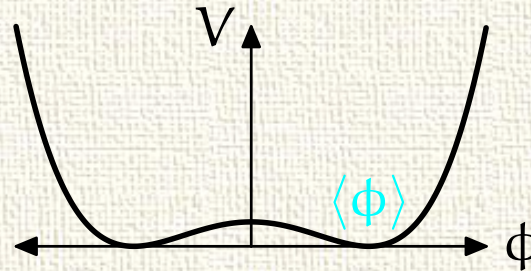
The diagram shows two wavy lines representing gauge bosons W_μ^a and W_ν^b connected by a loop of a scalar field ϕ . The loop is represented by a chain of four dots. The mass matrix m^{ab} is given by the equation $m^{ab} = g^2 \langle \phi \rangle^\dagger T^a T^b \langle \phi \rangle$.


- d. h. die definierenden **Symmetrien** der Theorie bleiben bei hohen Energien erhalten, aber der Grundzustand kann bei niedrigen Energien nicht transformiert werden (vgl. Phasendrehungen und Ladungserhaltung bei Supraleitung, sowie Drehsymmetrie bei Magnetismus)

☺ beschreibt **alle** beobachteten Phänomene (sofern sie berechenbar sind)

- 😊 minimale, populäre und mit LEP-Daten konsistente Realisierung der Symmetriebrechung: **elementares skalares Dublett** ϕ mit Potential

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4!} \cdot (\phi^\dagger \phi - v^2)^2$$



- 😞 instabil unter Strahlungskorrekturen $\delta m^2 \propto$  $\propto \frac{\lambda}{16\pi^2} \cdot \Lambda_{\text{GUT/Planck}}^2$

∴ **Supersymmetrie** schützt die skalaren Massen durch eine Beziehung zu den ihrerseits durch chirale Symmetrie geschützten Fermionmassen

- 😞 **Häresie Nr. 1:** Herkunft und Dynamik des Kondensats bleibt ungeklärt

- 😞 **Häresie Nr. 2:** Teilchenmassen und Mischungswinkel bleiben **unbestimmte** freie Parameter des Modells ($N_{\text{params}} = O(120)$)

En attendant **Godot** Higgs ...

- 😊 wenn Godot doch nicht kommen sollte, werden wir erst recht sehr viel lernen!

Seit 2000 ist das Bild wieder **reichhaltiger** geworden

- **LEDs** (Large Extra Dimensions), bzw. **Quantengravitation bei wenigen TeV**
- „**Dimensional Deconstruction**“ (Georgi et al.)
 - **Viele** zusätzliche Eichwechselwirkungen — so kombiniert, daß sie zu Gitter-regularisierten zusätzlichen Dimensionen äquivalent sind
 - **Symmetrien** stabilisieren Higgsmasse (ohne SUSY)
- **Nicht-kommutative Quantenfeldtheorie** (bzw. QFT auf nicht-kommutativen Räumen: $[x_\mu, x_\nu] = i\theta_{\mu\nu}$)

$$(fg)(x) = f(x)g(x) \rightarrow (f * g)(x) = f(x) \exp(i\overleftarrow{\partial}^\mu \theta_{\mu\nu} \overrightarrow{\partial}^\nu) g(x)$$

liefert ungewöhnliche Vertexfaktoren: $e^{ik^\mu \theta_{\mu\nu} k^\nu}$

- interessante Verallgemeinerung konventioneller QFTs mit **reichhaltigeren Symmetrien**
- (vermuteter) Grenzfall der **M-Theorie** (Superstrings und Quantengravitation)

Unabhängig von zukünftigen Entwicklungen auf dem Gebiet von String-Theorie und Quantengravitation:

- **pQFT** (perturbative Quantenfeldtheorie) bleibt als Methode **das** Bindeglied zwischen Theorie und Experiment
 - ∴ „**langreichweitige**“ Phänomene ($L \geq 10^{-18}$ m) können **quantitativ** durch eine pQFT (mit geeigneten effektiven Freiheitsgraden) beschrieben werden
 - ∴ eine kombinierte Entwicklung in Schleifen und Energien ist in (fast) allen Energiebereichen gültig (als **effektive Quantenfeldtheorie** für die jeweils geeigneten Freiheitsgrade)
- ∴ effektive QFT wird uns als „**Niederenergie**“ Grenzfall der M-Theorie (Strings und Quantengravitation) erhalten bleiben
- nicht-perturbative Quantenfeldtheorie auf dem Gitter ist erfolgreich für statische Größen, aber noch weit von der Anwendung auf Streuprozesse

Energie-„Frontier“

s-Kanal Resonanzen und Zerfallskaskaden

$$m < \sqrt{s}$$

(meist) eindeutig

experimentell und theoretisch anspruchsvolle Endzustände

Präzisions-„Frontier“

Interferenzen und Schleifenbeiträge

$$\text{auch } m > \sqrt{s}$$

(oft) offen für Interpretationen

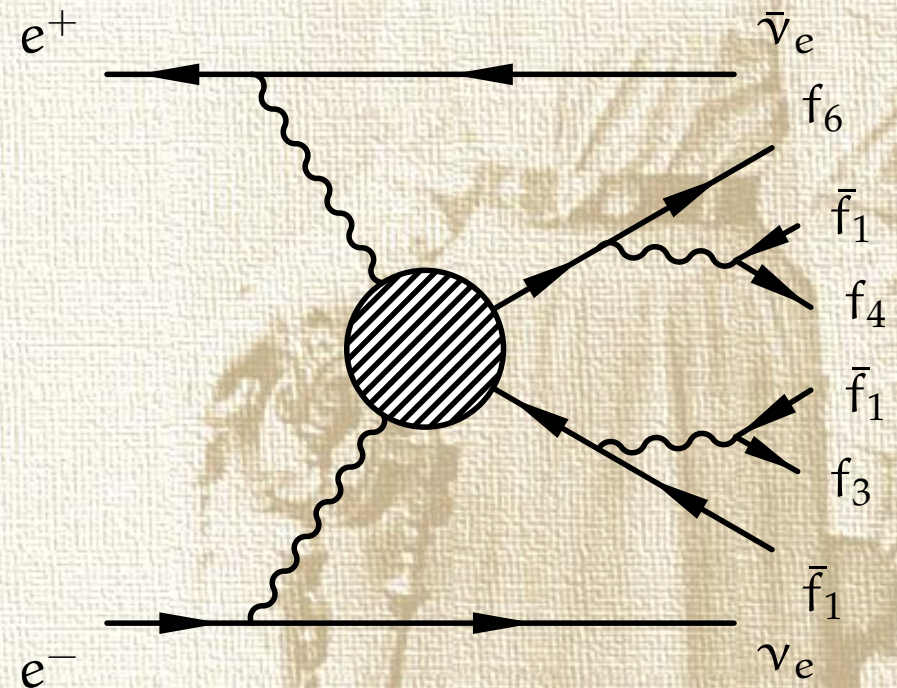
hohe Anforderungen an Präzision in Theorie und Experiment

Beispiel:

∴ das Top-Quark koppelt über seine Masse besonders stark an den symmetriebrechenden Sektor

∴ das Studium der $W^+W^- \rightarrow t\bar{t}$ Wechselwirkung ist wichtig für die Erforschung der EWSB

☹ erfordert Kontrolle über $e^+e^- \rightarrow 8f$ Prozesse



Experimente an **zukünftigen (Linear-)Collidern**:

- werden Endzustände mit **vielen individuell nachweisbaren Teilchen** studieren

∴ benötigen **zuverlässige Vorhersagen und effiziente und zuverlässige Simulationswerkzeuge**

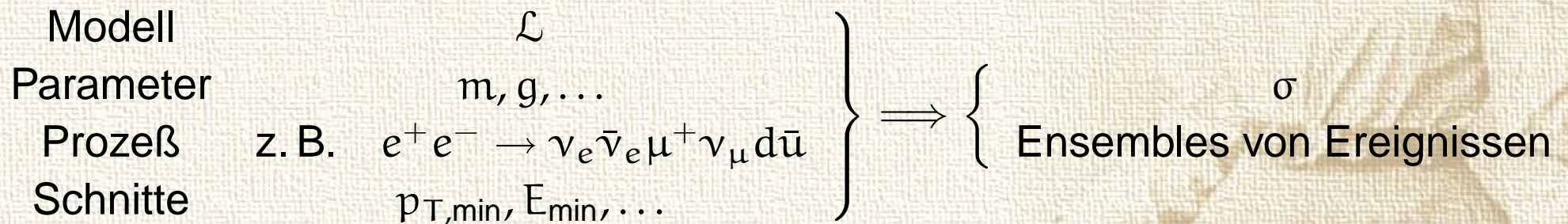
- Studium der elektroschwachen Symmetriebrechung (EWSB) erfordert **eichinvariante** Rechnungen (d. h. im allgemeinen vollständige Rechnungen)
- **Polarisationsinformation** muß berücksichtigt werden

☹ **qualitativ** komplizierter als bei LEP1

- die Anzahl der Feynmangraphen wächst **kombinatorisch**
- die entsprechenden **algebraischen Ausdrücke** wachsen noch schneller mit der Anzahl der Bausteine (Massen, Energien, Impulse)
- die Feinabstimmung durch die **Eichsymmetrie** wird immer diffiziler
- der **Phasenraum** wird ebenfalls deutlich komplizierter

- ∴ selbst wenn wir genügend Diplomanden, Doktoranden, PostDocs und Juniorprofessoren(?) hätten, sollten wir sie nicht für „Fließbandrechnungen“ verschwenden.
- ∴ Es empfiehlt sich, die repetitiven Teile der Rechnungen so zu formalisieren, daß sie **zuverlässig** an „geduldige“ Computer delegiert werden können.

Vollständig automatisierte Simulationswerkzeuge in der Teilchenphysik versuchen

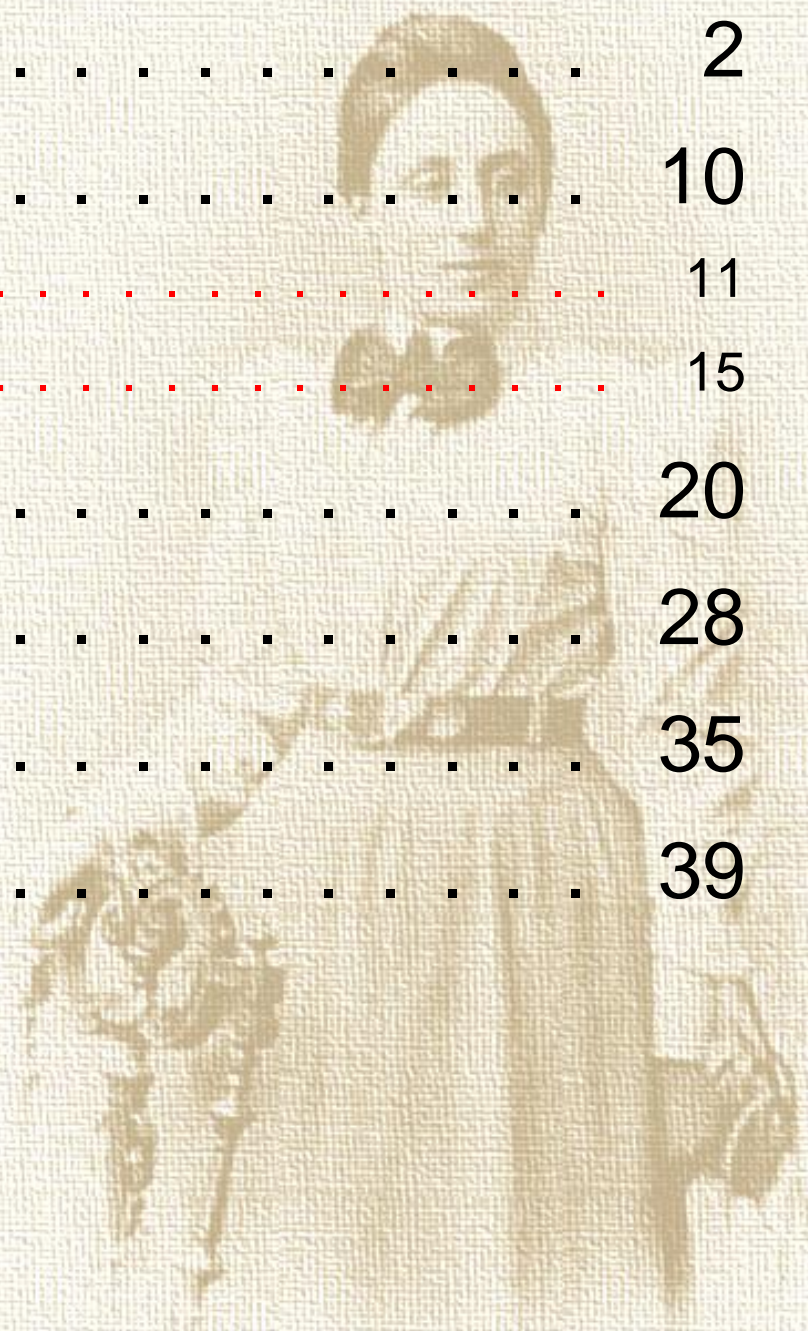


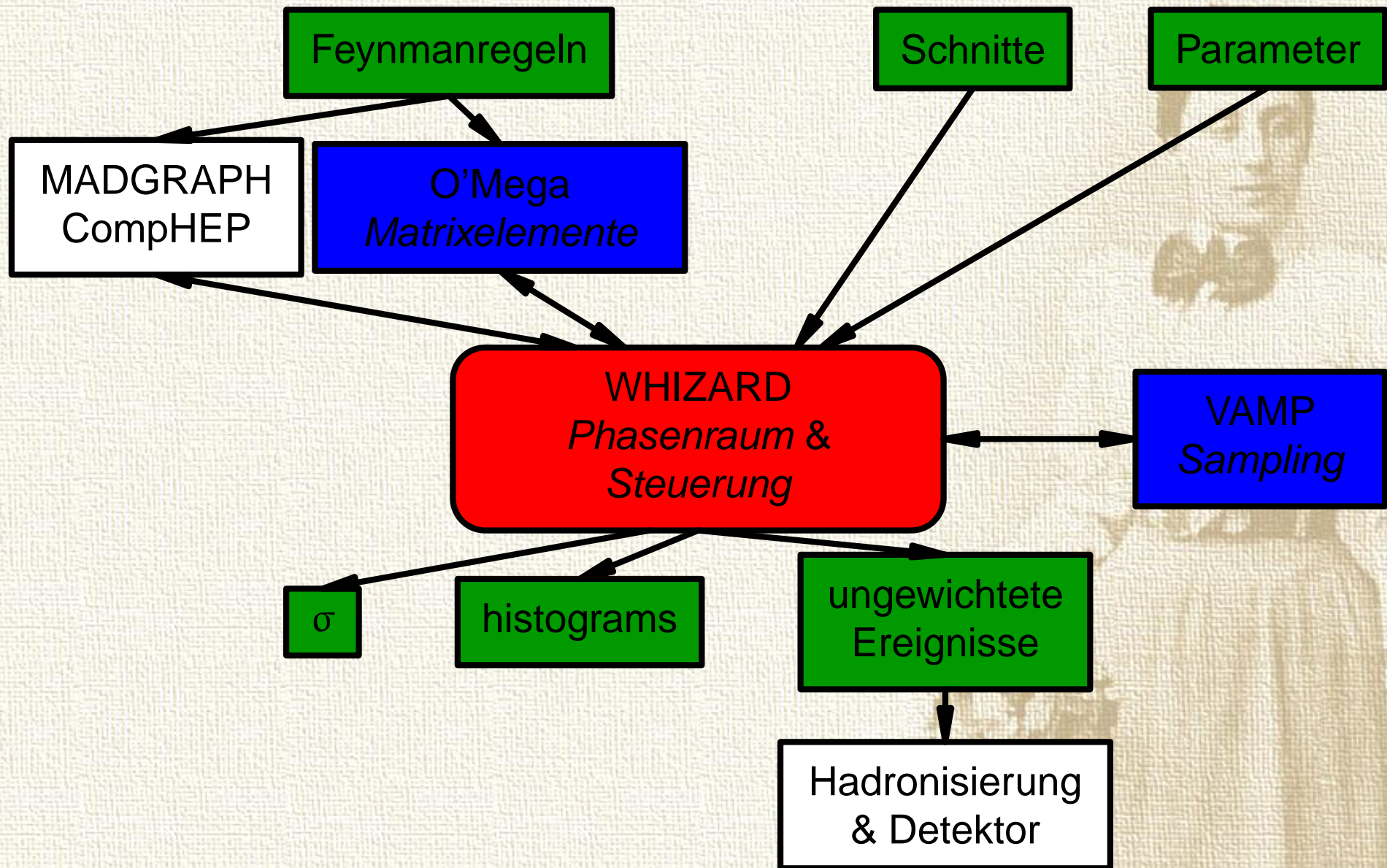
ohne (oder mit geringstmöglicher) **Experten-Einwirkung**.

☹ für **Schleifenrechnungen** mit **vielen Teilchen** liegt noch ein steiniger Weg vor uns (siehe unten)...

- ∴ es gibt noch immer keine vollständige **Ein**schleifenrechnung für $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu d \bar{u}$ im Standardmodell, nicht einmal manuell

1	Einleitung	2
2	O'Mega, VAMP und WHIZARD	10
	Feynmangraphen, DAGs und Keystones	11
	VAMP	15
3	Anwendungen	20
4	Symmetrien	28
5	Schleifen	35
6	Ausblick	39





Die Anzahl der Baumgraphen mit n äußeren Linien in ϕ^3 -Theorie ohne weitere Quantenzahlen wächst **kombinatorisch**

$$F(n) = (2n - 5)!! = (2n - 5) \cdot (2n - 7) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 1$$

n	$F(n)$	$P(n)$
4	3	3
5	15	10
6	105	25
7	945	56
8	10395	119
9	135135	246
10	2027025	501
11	34459425	1012
12	654729075	2035
13	13749310575	4082
14	316234143225	8177

☹️ Rechenaufwand noch für viele Jahre völlig unrealistisch

☹️ Numerik zerstört subtile Aufhebungen in Eichtheorien

Anzahl der Impulse in Baumgraphen wächst nur exponentiell

$$P(n) = \frac{2^n - 2}{2} - n = 2^{n-1} - n - 1$$

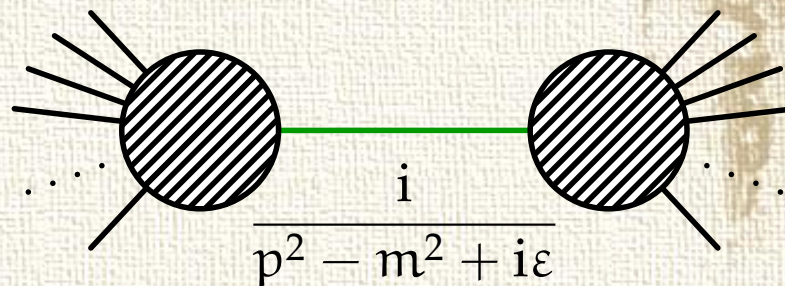
∴ Feynmangraphen **redundante** Darstellung für Prozesse mit vielen Teilchen!

Es gibt keine geschlossene Formel für realistische Theorien, aber empirisch findet man im Standardmodell

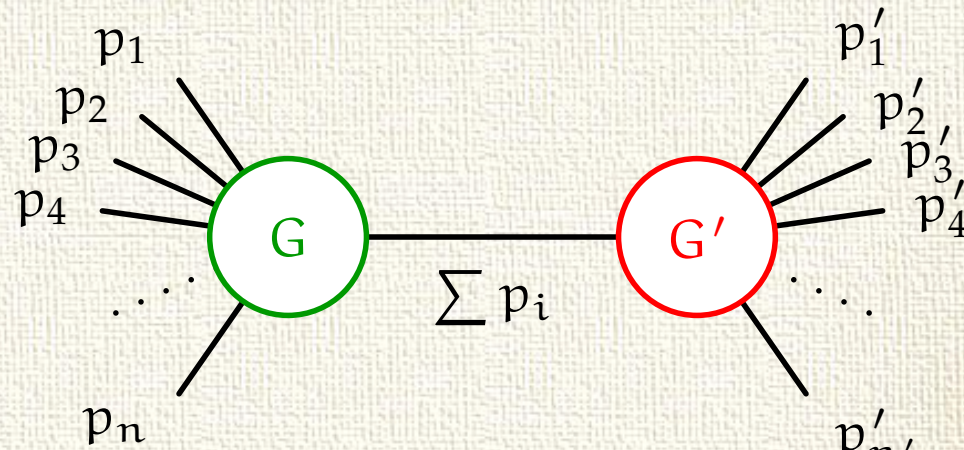
$$F^*(n) \propto (C \cdot n)!! \quad \text{and} \quad P^*(n) \propto 10^{n/2}$$

sofern nicht die externen Teilchen so gewählt wurden um die Anzahl der Graphen durch Auswahlregeln zu reduzieren (z. B. CC10 und die 56 Graphen für $e^+e^- \rightarrow e^+\nu_e e^-\bar{\nu}_e$).

- ☹️ realistische Rechnungen (beinahe) unmöglich für $n \geq 9$, d. h. Strahlungskorrekturen zu WW-Streuung und andere Prozesse mit quartischen Eichboson-Kopplungen, weil $O(10^5)$ Graphen berechnet werden müssen.
- 😊 anstelle der Feynmangraphen kann man die Streuamplitude aus den $P^*(n)$ off-shell Wellenfunktionen zusammensetzen:



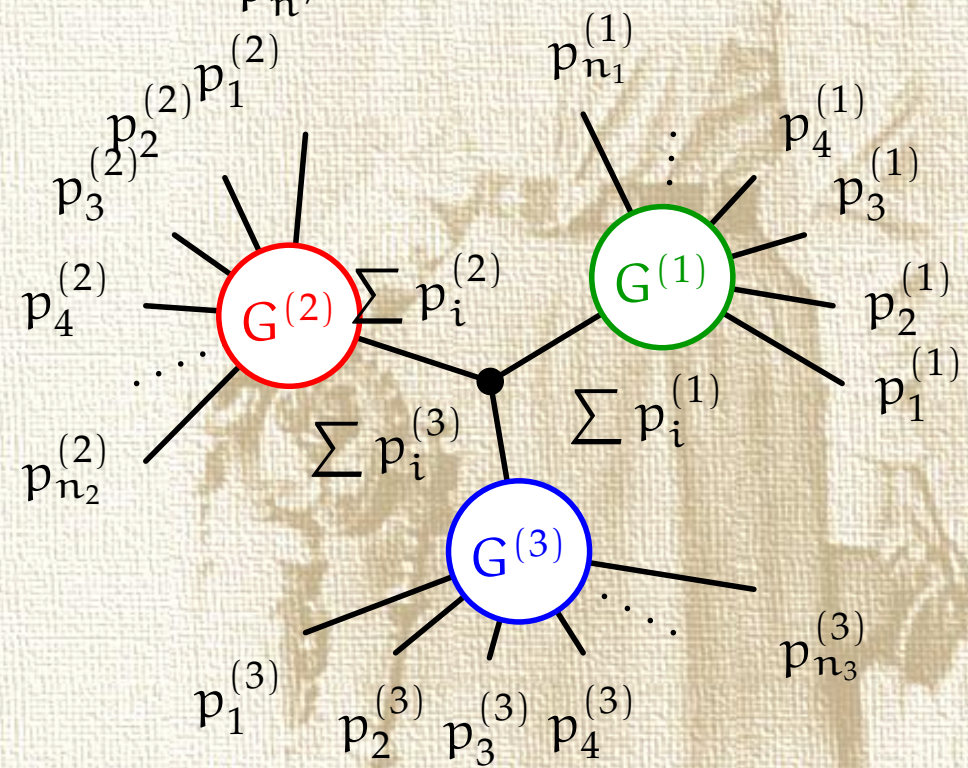
Tatsächlich, in



wird **jeder** der $(2n - 3)!!$ Graphen in G mit den $(2n' - 3)!!$ Graphen in G' multipliziert.

- eine zu naive Konstruktion, die die Wellenfunktionen an den Propagatoren zusammenfügt, führt zum **Doppeltzählen** von Graphen.

☺ füge an den Vertizes zusammen:



Keystones K erlauben die Summe über alle Feynmandiagramme effizient durch Produkte von Einteilchenwellenfunktionen W auszudrücken:

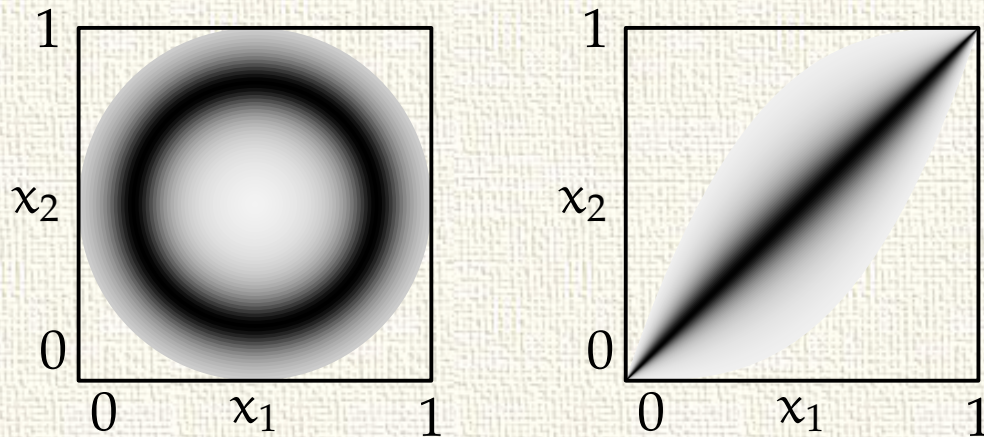
$$T = \sum_{i=1}^{F(n)} D_i = \sum_{k,l,m=1}^{P(n)} K_{f_k f_l f_m}^3(p_k, p_l, p_m) W_{f_k}(p_k) W_{f_l}(p_l) W_{f_m}(p_m) + \text{quartic} + \dots$$

Am Beispiel **CC20**: $e^+ e^- \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e d \bar{u}$ mit mehrfacher Bremsstrahlung:

Prozeß $e^+ e^- \rightarrow$	Graphen		O'Mega	
	#	Vertices	#prop.	Vertices
$e^+ \bar{\nu}_e d \bar{u}$	20	80	14	44
$e^+ \bar{\nu}_e d \bar{u} \gamma$	146	730	36	151
$e^+ \bar{\nu}_e d \bar{u} \gamma \gamma$	1112	6672	94	468
$e^+ \bar{\nu}_e d \bar{u} \gamma \gamma \gamma$	12420	86940	168	1246
$e^+ \bar{\nu}_e d \bar{u} \gamma \gamma \gamma \gamma$	138816	1110528	344	3746

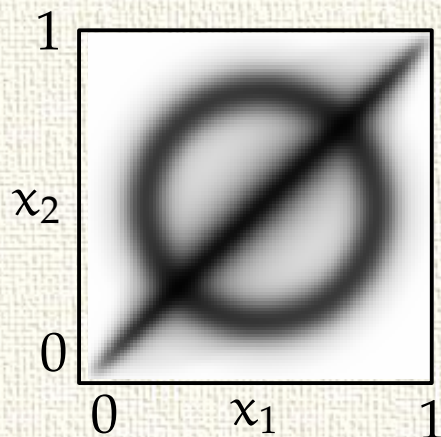
sieht man die Ersparnis im Rechenaufwand im Verhältnis der Anzahl der zu berechnenden Vertices.

VEGAS' Faktorisationsansatz paßt auf



nach Koordinatentransformationen.

☹ aber ungeeignet für sich
überlagernde Singularitäten



was der typische Fall für die
Teilchenphysik ist

∴ adaptives Mehrkanalverfahren

$$\begin{aligned} I(f) &= \int_{\mathcal{M}} d\mu(p) f(p) \\ &= \sum_{i=1}^{N_c} \alpha_i \int_0^1 g_i(x) d^n x \frac{f(\phi_i(x))}{g(\phi_i(x))} \end{aligned}$$

mit

$$g = \sum_{i=1}^{N_c} \alpha_i \cdot (g_i \circ \phi_i^{-1}) \left| \frac{\partial \phi_i^{-1}}{\partial p} \right|$$

😊 funktioniert mit **faktorierten** g_i
die von VEGAS angepaßt werden
und die α_i können ebenfalls
numerisch adaptiert werden.

- ☺ im Allgemeinen **faktoriert** $g \circ \phi_i$ **nicht**, auch wenn alle g_i faktorisieren.
- $\pi_{ij} = \phi_j^{-1} \circ \phi_i$: Transformationen zwischen den Koordinatensystemen in denen die einzelnen Singularitäten faktorisieren.
- ☺ reine Geometrie: **ressourcenschonende** Untersuchungen der Abhängigkeit von **Parametern** und **kinematischen Schnitten**
- ∴ die π_{ij} sind **universell** und ein geeigneter Satz kann automatisch (z. B. von **WHIZARD**) ausgewählt werden
 - ∴ **VEGAS** kann anschließend die g_i und α_i for jeden Parametersatz selbstständig numerisch optimieren

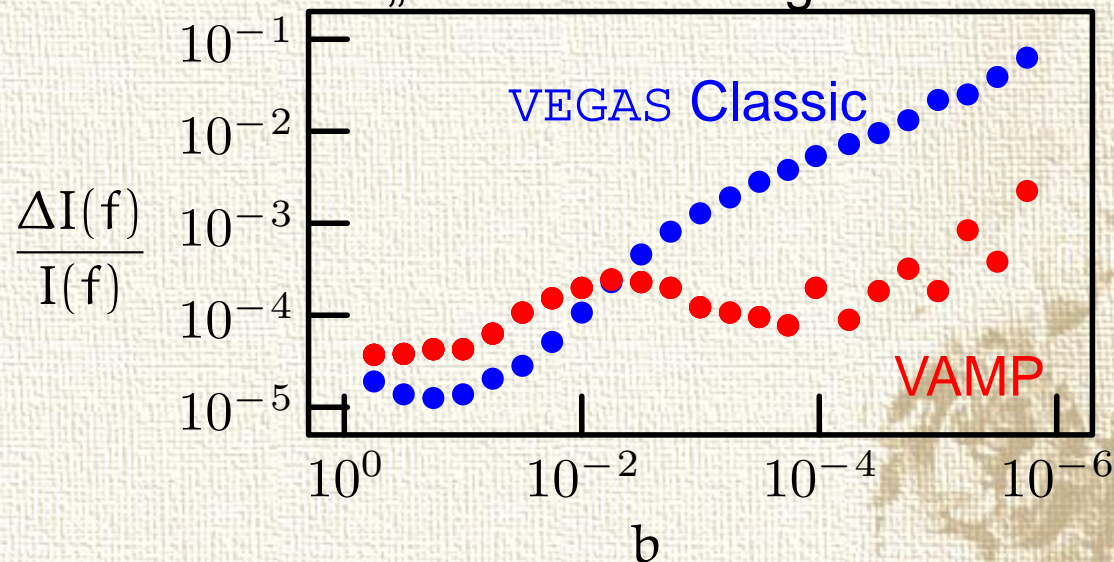
VAMP → Vegas **AM**Plified →

- **anisotropy**: unterschiedlich starke Fluktuationen in verschiedenen Richtungen
- **multi-channel sampling**: dramatische Verbesserung gegenüber VEGAS in der Behandlung von nicht-faktorisierenden Singularitäten
- **parallelization**: effiziente und völlig transparente Nutzung von Rechnerfarmen und des zukünftigen „**Grids**“ für Präzisionssimulationen

Beispiel:

$$f(x) = \frac{b}{144 \operatorname{atan}(1/2b)} \left(\frac{3\pi\Theta(r_3 < 1)}{r_3^2((r_3 - 1/2)^2 + b^2)} + \frac{2\pi\Theta(r_2 < 1, |x_3| < 1)}{r_2((r_2 - 1/2)^2 + b^2)} + \frac{\Theta(-1 < x_1, x_2, x_3 < 1)}{x_1^2 + b^2} \right)$$

Integrationsfehler als Funktion der „Breite“ b für vergleichbare Rechenzeit:



zwei Größenordnungen in der Genauigkeit entsprechen vier Größenordnungen in der Geschwindigkeit!

1	Einleitung	2
2	O'Mega, VAMP und WHIZARD	10
3	Anwendungen	20
	$e^-e^+ \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e b \bar{b}$	21
	$W^+W^- \rightarrow W^+W^-$ und $W^+W^- \rightarrow ZZ$	24
4	Symmetrien	28
5	Schleifen	35
6	Ausblick	39

WHIZARD ([Wolfgang Kilian](#)) nutzt zur Zeit Matrixelemente aus drei Quellen

O'Mega: polarisierte Streuung vieler schwach wechselwirkender Teilchen, auch instabile Vektorbosen und (ausgewählte) Abweichungen vom Standardmodell

MADGRAPH: polarisierte Streuung farbiger Teilchen particles ohne Eichinvarianzprobleme durch Eichbosonen mit endlicher Breite

CompHEP: optimiert für unpolarisierte Streuung weniger Teilchen

Benutzung:

Prozeß Datei:

ID	In	Out	Method
zh	e1,E1	Z,H	chep
zww	e1,E1	Z,W+,W-	chep
nnbb	e1,E1	n1,N1,b,B	mad
nnucsd	e1,E1	n1,N1,u,C,s,D	omega

Compilierung: make

- 21 Graphen in 4 **groves** (eichinvariante Unterklassen): **Higgsstrahlung** (5), **WW-Fusion** (10), ZZ (4), Z-FSR (2)
- Higgs Signal-Topologien: sss und stt
- Untergrund-Topologien: sss, sst, stt, und ttt

Ereignisgenerierung bei $\sqrt{s} = 350$ GeV for $m_H = 120$ GeV.

- in den ersten Schritten werden **VAMPs** VEGAS-Gitter mit **festen relativen Gewichten** für die Kanäle angepaßt
- **WHIZARD** zeigt **VAMPs** Selbstdiagnose an

```
! It      Calls  Integral[fb]  Error[fb]  Err[%]  Err/Exp  Eff[%]  Chi2
!-----
! Adapting (fixed weights):  Generating 2 samples of 10000 events ...
   2      20000  5.7019717E+01  1.58E+00   2.76    3.91*   2.31    0.31
```

😊 Effizienz nicht allzu schlecht ...

😞 ... aber **Err/Exp** zu groß

- anschließend werden auch die **relativen Gewichte** der Kanäle adaptiert

```
! It      Calls  Integral[fb]  Error[fb]  Err[%]  Err/Exp  Eff[%]  Chi2
!-----
! Adapting (var. weights):  Generating 8 samples of 10000 events ...
  3      10000  5.5642224E+01  1.23E+00   2.21    2.21*   7.58
  4      10000  5.9028368E+01  1.06E+00   1.80    1.80*   7.51
  5      10000  5.8586436E+01  8.34E-01   1.42    1.42*   9.82
  6      10000  5.8997829E+01  6.89E-01   1.17    1.17*  12.18
  7      10000  5.8626448E+01  1.04E+00   1.78    1.78   10.78
  8      10000  5.7737567E+01  5.12E-01   0.89    0.89*  17.50
  9      10000  5.7693393E+01  4.75E-01   0.82    0.82*  19.50
 10      10000  5.8216141E+01  5.42E-01   0.93    0.93   14.60
```

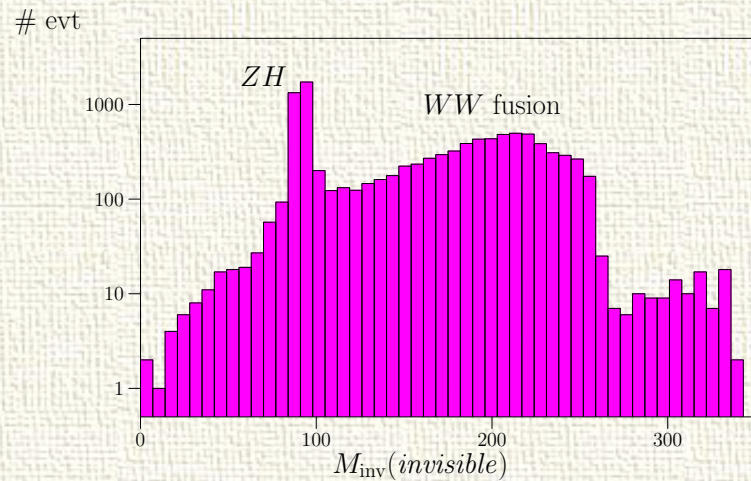
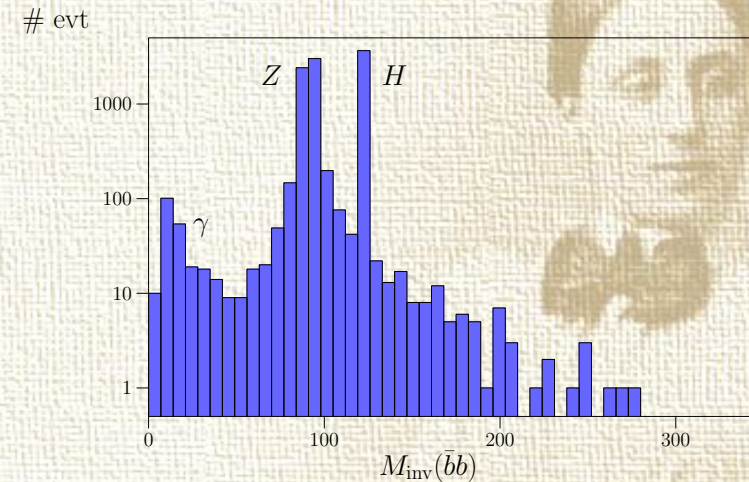
😊 deutlich bessere **Effizienz** und **sehr gutes** **Err/Exp** Verhältnis

- schließlich können **ungewichtete** Ereignisse erzeugt werden

```
! Integrating (fixed w.):  Generating 2 samples of 10000 events ...
 12      20000  5.8910540E+01  4.25E-01   0.72    1.02  11.64   0.05
```

😊 15 min für die Adaptation, 10 min für 10,000 **ungewichtete Ereignisse** auf einem (antiken) Pentium II 233 MHz.

fehlende Masse

invariante $b\bar{b}$ -Masse

Beobachtungen:

- Adaption benötigt meistens länger als die anschließende Ereignisgenerierung
- ☺ Angepaßte Gitter und Gewichte können abgespeichert werden und stehen zum Studium von nur leicht geänderten Parametern bereit
- ☺ erneute Nutzung der Gitter kann durch eine Datenbank (`whizwrap`) für den Nutzer transparent gemacht werden.

<http://www-ttp.physik.uni-karlsruhe.de/Progdata/whizard/>.

Effektive Feldtheorie stellt einen **systematischen** Zugang zum Studium möglicher Abweichungen vom Standardmodell dar:

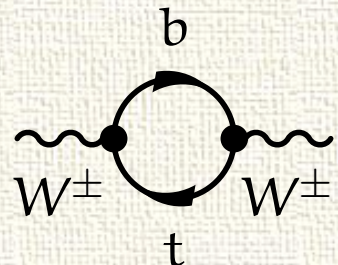
- schreibe alle Wechselwirkungen als **lokale** Wechselwirkungen
 - ☺ wohldefinierte Störungsrechnung
 - ☺ wohldefinierte Renormierung in jeder festen Ordnung der externen Energien
 - ☺ Anzahl der Counterterme (freien Parameter) bleibt in jeder Ordnung der externen Energien und Impulse **endlich**
- ordne die lokalen Operatoren gemäß ihrer naiven **Dimension**

$$\mathcal{L} = \dots + \frac{g_i^{(n)}}{\Lambda_{\text{SB}}^n} \mathcal{O}_i^{(n)} + \dots$$

- **Naive Dimensionale Analyse (NDA)** zeigt, daß Λ_{SB} mit einer **Symmetriebrechungsskala**, identifiziert werden kann, sofern $g_i^{(n)} = \mathcal{O}(1)$
- ☺ **alle** unnatürlich kleinen Parameter werden durch eine Hierarchie von (physikalischen) Symmetriebrechungsskalen ersetzt.

Experimentelle Beobachtung:

- $\rho \approx 1$ und mit gegenwärtiger Präzision kann $\Delta\rho = \rho - 1$ **allein** durch elektroschwache Schleifen erklärt werden:



The diagram shows a bubble loop with two external wavy lines representing W^\pm bosons. The top vertex of the loop is labeled 'b' and the bottom vertex is labeled 't'. The loop is shaded in light blue. To the right of the diagram is the expression $\propto (m_t^2 - m_b^2)$.

- ☺ $\rho \approx 1$ kann durch eine „**Custodial**“ $SU(2)_c$ -**Symmetrie** unter der sich (W^1, W^2, W^3) als Triplet transformieren geschützt werden

∴ elektroschwache Symmetriebrechung:

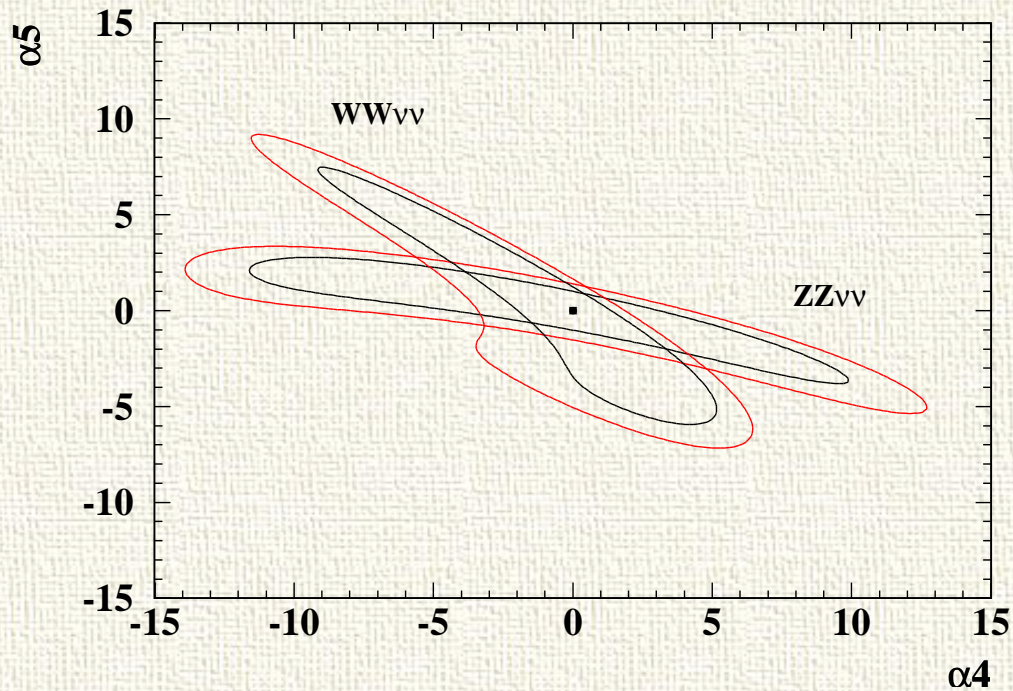
$$SU(2)_L \otimes SU(2)_R \rightarrow SU(2)_c$$

- drei $SU(2)_c$ -invariante Operatoren:

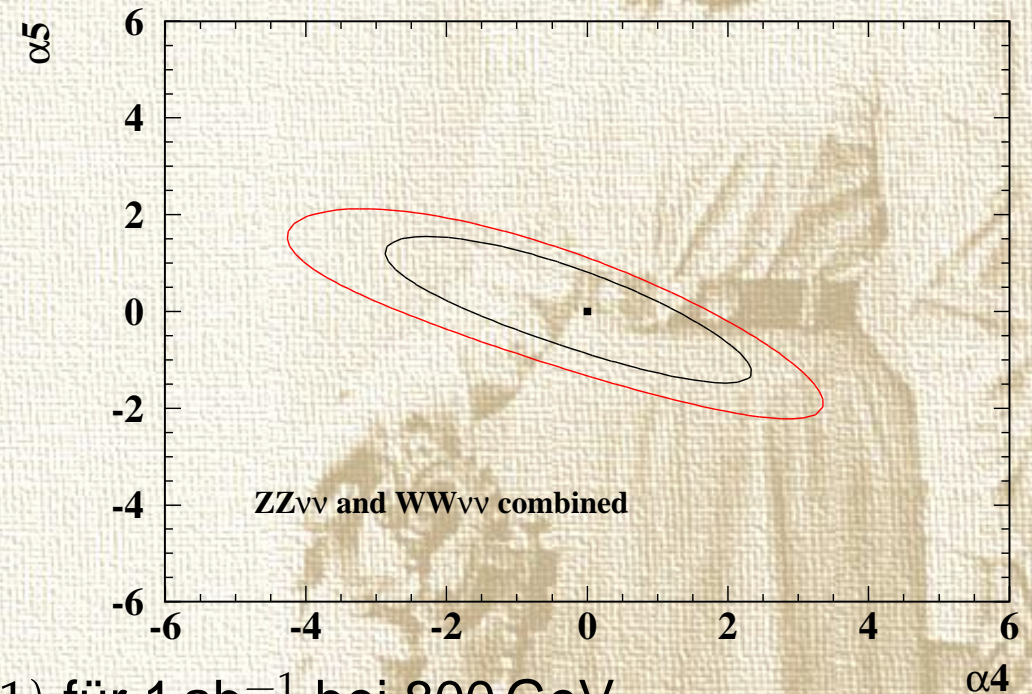
$$\frac{\alpha_3}{16\pi^2} 2ig \operatorname{tr}(W_{\mu\nu} V^\mu V^\nu) + \frac{\alpha_4}{16\pi^2} \operatorname{tr}(V_\mu V_\nu) \operatorname{tr}(V^\mu V^\nu) + \frac{\alpha_5}{16\pi^2} \operatorname{tr}(V_\mu V^\mu) \operatorname{tr}(V_\nu V^\nu)$$

Allererste **vollständige** experimentelle Simulation von $e^+e^- \rightarrow 6f$ durch **Chierici, Rosati & Kobel (CERN & Bonn)** mit **WHIZARD** und **O'Mega** für den **Tesla TDR**:

- $\alpha_{4/5}$ aus getrennten **ZZ/WW** Datensätzen



- $\alpha_{4/5}$ aus kombinierten **ZZ/WW** Datensätzen



😊 **Tesla** erfüllt die Anforderung $\alpha_i = O(1)$ für 1 ab^{-1} bei 800 GeV

1	Einleitung	2
2	O'Mega, VAMP und WHIZARD	10
3	Anwendungen	20
4	Symmetrien	28
	Ward-Identitäten	28
	Slavnov-Taylor-Identitäten	31
5	Schleifen	35
6	Ausblick	39



Selbst für Vektorteilchen sind die Wellenfunktionen, aus denen O'Mega die Amplitude konstruiert, „beinahe“ physikalische Objekte und erfüllen **einfache Ward-Identitäten**

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \langle \text{out} | \mathcal{A}_\mu(x) | \text{in} \rangle_{\text{amp.}} = 0$$

bzw. für spontan gebrochene Eichtheorien in R_ξ -Eichung

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \langle \text{out} | W_\mu(x) | \text{in} \rangle_{\text{amp.}} = \xi_W m_W \langle \text{out} | \phi_W(x) | \text{in} \rangle_{\text{amp.}} \cdot$$

- ☺ O'Mega kann die erzeugten Programme für die Streuamplituden mit numerischen Tests der Ward-Identitäten instrumentieren und so sowohl **Konsistenz** als auch **numerische Stabilität** überprüfen.

Von der Massenschale fortgesetzte Streuamplituden erfüllen kompliziertere Gleichungen, weil Kontaktterme nicht verschwinden:

- ☺ **Slavnov-Taylor-Identitäten** können auch numerisch getestet werden, weil **Operatoreinsetzungen** für BRST-Transformationen von O'Mega unterstützt werden

Zum Beispiel **Supersymmetrie**: (Jürgen Reuter, Dissertation, Darmstadt Juli 2002)

Im **Wess-Zumino** Modell muß (unter anderem) gelten

$$\begin{aligned}
 0 &\stackrel{!}{=} \langle 0 | \left[Q(\xi), a_A^{\text{out}}(k_3) b^{\text{out}}(k_4, +) a_A^{\dagger \text{in}}(k_1) a_B^{\dagger \text{in}}(k_2) \right] | 0 \rangle \\
 &= \langle 0 | a_A^{\text{out}}(k_3) b^{\text{out}}(k_4, +) a_A^{\dagger \text{in}}(k_1) \left[Q(\xi), a_B^{\dagger \text{in}}(k_2) \right] | 0 \rangle \\
 &\quad + \langle 0 | a_A^{\text{out}}(k_3) b^{\text{out}}(k_4, +) \left[Q(\xi), a_A^{\dagger \text{in}}(k_1) \right] a_B^{\dagger \text{in}}(k_2) | 0 \rangle \\
 &\quad + \langle 0 | a_A^{\text{out}}(k_3) \left[Q(\xi), b^{\text{out}}(k_4, +) \right] a_A^{\dagger \text{in}}(k_1) a_B^{\dagger \text{in}}(k_2) | 0 \rangle \\
 &\quad + \langle 0 | \left[Q(\xi), a_A^{\text{out}}(k_3) \right] b^{\text{out}}(k_4, +) a_A^{\dagger \text{in}}(k_1) a_B^{\dagger \text{in}}(k_2) | 0 \rangle
 \end{aligned}$$

was eine nicht-triviale Relation zwischen Streuamplituden für **verschiedene** Felder liefert.

$$\begin{aligned}
 0 = & - \sum_{\sigma} \bar{u}(k_2, \sigma) \gamma^5 \xi \cdot \left\{ \begin{array}{c} \text{Diagram 1} \\ \text{Diagram 2} \\ \text{Diagram 3} \end{array} \right\} \\
 & + i \sum_{\sigma} \bar{u}(k_1, \sigma) \xi \cdot \left\{ \begin{array}{c} \text{Diagram 4} \\ \text{Diagram 5} \\ \text{Diagram 6} \end{array} \right\} + 0 \\
 & + \bar{u}(k_4, +) \gamma^5 \xi \cdot \left\{ \begin{array}{c} \text{Diagram 7} \\ \text{Diagram 8} \\ \text{Diagram 9} \\ \text{Diagram 10} \end{array} \right\} \\
 & + i \sum_{\sigma} \bar{\xi} u(k_3, \sigma) \cdot \left\{ \begin{array}{c} \text{Diagram 11} \\ \text{Diagram 12} \\ \text{Diagram 13} \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

The diagrams represent various Feynman diagrams with solid and dashed lines, and vertices marked with black dots. The diagrams are arranged in four rows, each enclosed in a large curly brace. The first row has three diagrams, the second has three, the third has four, and the fourth has three. The diagrams show different topologies of particle interactions, including tree-level and loop-level processes.

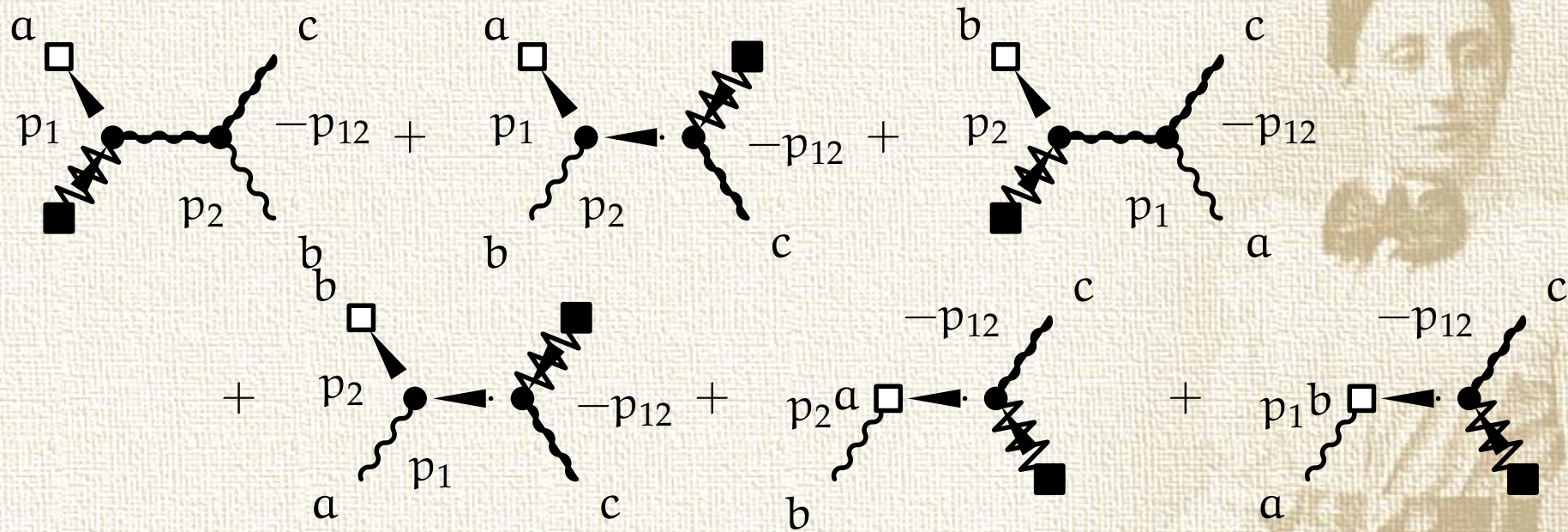
- ☹️ **off-shell** gelten die Ward-Identitäten der SUSY **nicht**, weil die Eichfixierung auch die Supersymmetrie zerstört (es genügt, daß SUSY modulo Eichtransformationen realisiert ist.)
- 😊 analog zur Eichtheorie, existiert eine **globale (Super-)BRST** Symmetrie, deren **(Super-)Slavnov-Taylor Identitäten** nicht-triviale Tests ermöglichen.

Beispiel: **SUSY QCD**

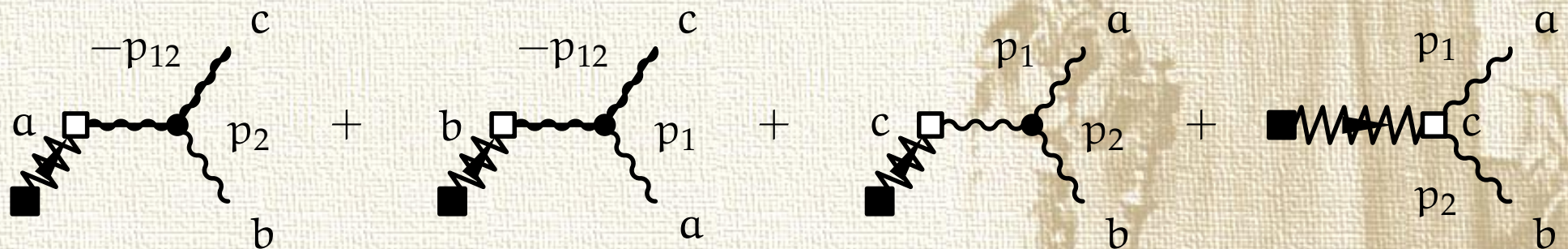
$$\begin{aligned}
 0 &\stackrel{!}{=} \langle 0 | T [\{ Q_{BRST}, A_\mu^a(x_1) A_\nu^b(x_2) \lambda^c(x_3) \}] | 0 \rangle \\
 &= \langle 0 | T [(D_\mu c)^a(x_1) A_\nu^b(x_2) \lambda^c(x_3)] | 0 \rangle - \langle 0 | T [(\bar{\epsilon} \gamma_\mu \lambda^a(x_1)) A_\nu^b(x_2) \lambda^c(x_3)] | 0 \rangle \\
 &\quad + \langle 0 | T [A_\mu^a(x_1) (D_\nu c)^b(x_2) \lambda^c(x_3)] | 0 \rangle - \langle 0 | T [A_\mu^a(x_1) (\bar{\epsilon} \gamma_\nu \lambda^b(x_2)) \lambda^c(x_3)] | 0 \rangle \\
 &\quad + \frac{i}{2} \langle 0 | T [A_\mu^a(x_1) A_\nu^b(x_2) \partial_\lambda A_\kappa^c(x_3) [\gamma^\lambda, \gamma^\kappa] \epsilon] | 0 \rangle \\
 &\quad + \frac{ig}{4} \langle 0 | T [A_\mu^a(x_1) A_\nu^b(x_2) (A_\lambda^e A_\kappa^f)(x_3) [\gamma^\lambda, \gamma^\kappa] f^{cef} \epsilon] | 0 \rangle \tag{1}
 \end{aligned}$$

(c: **Faddeev-Popov-Geister**, ϵ : **konstante SUSY-Geister**)

Eichtheorie-Anteil der **BRST**-Transformation (inkl. SUSY-Geist-Vertizes!):



SUSY-Anteil der **BRST**-Transformation:



☺ Summe verschwindet!

Durch systematische Erzeugung aller **SUSY-Ward-** und **SUSY-Slavnov-Taylor-Identitäten** konnte die Implementation supersymmetrischer Feldtheorien in **O'Mega** korrigiert werden:

- Fehler in den numerischen Funktionen, die Vertizes implementieren
- Fehler in den Feynmanregeln

führen zu **starken** ($O(1)$) Verletzungen der Identitäten und können so gefunden und behoben werden, ohne auf Vergleiche mit anderen Implementationen angewiesen zu sein.

(Noch) offene Frage:

- **explizite** Symmetriebrechung

Die **analoge Untersuchung für Eichtheorien** ist Gegenstand einer weiteren Dissertation (**Christian Schwinn**, Darmstadt/Würzburg), die demnächst abgeschlossen werden wird.

1	Einleitung	2
2	O'Mega, VAMP und WHIZARD	10
3	Anwendungen	20
4	Symmetrien	28
5	Schleifen	35
	„Terra Incognita“	36
6	Ausblick	39



- Prinzipien für Rechnungen mit vielen **äußeren Linien** gut verstanden:
 - **ALPHA** (bzw. **HELAC**)
 - **O'Mega** (gegenwärtig am schnellsten und flexibelsten)
- Rechnungen mit 3- und 4-Schleifen für statische Größen, Selbstenergien, β -Funktionen usw. in einfachen Theorien

☹️ Rechnungen mit mindestens einer Schleife **und** mindestens 6 äußeren Linien im Standardmodell scheinen aus praktischen Gründen mit der gegenwärtigen „Technologie“ (**Tensorreduktion** und Rückführung auf **Masterintegrale** und spezielle Funktionen) unmöglich:

- formal kann die Streuamplitude berechnet werden ...
- ... aber der Ausdruck ist so komplex, daß **keine Aussagen über die numerische Präzision** mehr möglich sind

Es verstärken sich hier zwei Probleme gegenseitig:

1. **kombinatorische** Komplexität der Feynmangraphen
 2. analytische Schwierigkeit, **Integrale mit vielen schwach separierten Skalen** (d. h. ohne Hierarchie) zu berechnen.
- ∴ Entwicklung neuer Methoden zur **Komplementierung** der gegenwärtigen Methoden erforderlich

Numerische Ansätze gewinnen in jüngerer Zeit zunehmend an Interesse, z. B.

- **Passarino**: numerischer Zugang zu Zwei-Schleifen-Integralen mit mehreren Skalen
 - interessante **Umkehrung** der **Tensorreduktion**: Kombination in **numerisch stabile Ausdrücke** anstelle Zerlegung in analytisch einfache Ausdrücke
- **Soper, Krämer**: numerische Auswertung geschnittener Diagramme
- **TO, Kilian**:
 - n -Teilchen-Phasenraum hat $3n - 4$ Dimensionen
 - der 14-dimensionale 6-Teilchen-Phasenraum kann schon heute (mit **VAMP**) **vollautomatisch** behandelt werden
 - ∴ weitere vier Dimensionen aus einer numerischen Schleifenintegration stellen **kein** unüberwindliches Problem dar — sofern der Integrand in „**hinreichend regulärer Form**“ geschrieben werden kann
 - * Zerlege d^4k in Phasenraum \times offshellness und subtrahiere den Integranden so, daß **Slavnov-Taylor-Identitäten** erfüllt sind

1	Einleitung	2
2	O'Mega, VAMP und WHIZARD	10
3	Anwendungen	20
4	Symmetrien	28
5	Schleifen	35
6	Ausblick	39



- Erweiterung der von **O'Mega** beschriebenen Physik
 - bessere **Farbampplituden**
 - Veröffentlichung der **MSSM** Unterstützung
 - allgemeinere **Exotika**
- inkohärente **Jet-Summen** (Kombinatorische Explosion bei LHC)
- numerische Schleifenrechnungen
- **O'Mega Virtual Machine**
 - ∴ die meisten numerischen Ressourcen werden von modellunabhängigen **Vertexfaktoren** (z. B. $\bar{\psi}(g_V\gamma_\mu - g_A\gamma_\mu\gamma_5)\psi$) verbraucht.
 - ∴ Virtuelle Maschine vermeidet Compiler ohne merkliche Verlangsamung.
 - ∴ **potentiell sehr effizient** durch dedizierte Hardware („Feynman-Koprozessor“)
- **last but not at all least**: **Phänomenologische Anwendungen** für Tevatron, LHC und **Tesla**

While it is never safe to say that the future of Physical Science has no marvels even more astonishing than those of the past, it seems probable that most of the grand underlying principles have been firmly established and that further advances are to be sought chiefly in the rigorous applications of these principles to all the phenomena which come under our notice. It is here that the science of measurement shows its importance—where quantitative results are more to be desired than qualitative work. An eminent physicist has remarked that the future truths of Physical Science are to be looked for in the sixth place of decimals.

[ALBERT MICHELSON, 1894 (SIC!)]

∴ It's déjà vu all over again!

[YOGI BERRA]